**Старшая лига (решения)**

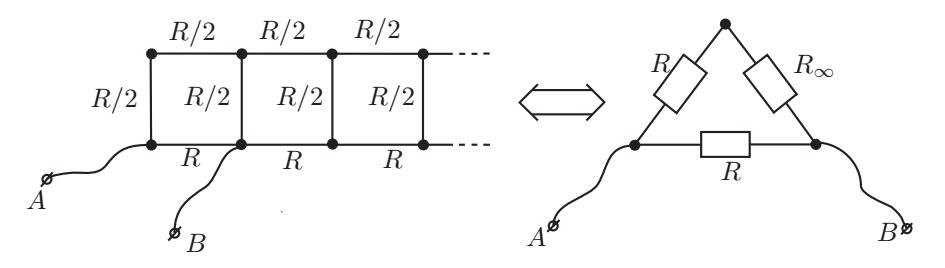
**1.** Как будет видно далее, в вершинах острых углов располагаются менее массивные звёзды (*m*), а в вершинах тупых углов — более массивные (*km*). Обозначим α *половину* острого угла ромба, *a* — сторону ромба, . Тогда

Отсюда и . Нетрудно убедиться, что α может быть в пределах от 30 до 45° (на одной границе на другой Т.е. острый угол ромба лежит в пределах от 60 до 90°.

При α = 44° получаем 1,059.

При α = 31° получаем 9,42.

**2.** Из симметрии схемы, изображённой на рисунке 1, относительно линии, соединяющей точки A и B, следует, что потенциалы всех точек симметричных относительно этой линии равны, то есть схемы на рисунках 1 и 2 эквивалентны. Рассчитать сопротивление схемы на рисунке уже легко:



откуда . Таким образом,

**3.** З умови  випливає рівняння для балансу енергії першого бруска у формі

.

Тоді величину  можна ототожнити зі швидкістю бруска в точці  (вважатимемо надалі, що це момент часу ), а величину  – із силою сухого тертя, яка й гальмує брусок. Очевидно, його прискорення буде , закон зміни швидкості з часом – , закон зміни координати з часом – . Тоді безпосередньо перед зіткненням швидкість бруска буде , а зіткнення відбудеться в точці .

Після непружного зіткнення з таким самим нерухомим бруском швидкість першого бруска зменшиться вдвічі: . Далі бруски рухатимуться разом. Маса системи зросте вдвічі, але сила тертя, що їх гальмує, також зросте вдвічі, отже, прискорення не зміниться. Таким чином, закон зміни швидкості в просторі можна записати як , де  – віддаль від точки зіткнення брусків.

Очевидно, бруски зупиняться в точці, де , звідки , а віддаль від точки  буде

.

**4.** Поршень буде знаходитись у рівновазі, якщо тиск у пробірці дорівнюватиме  (*рис. 1*). Тоді за законом Бойля-Маріота:



Звідки



Визначимо, який з отриманих коренів задовольняє умов задачі. Для цього зобразимо залежність тику водню від *х* для газу всередині пробірки (за законом Бойля-Маріотта , оскільки площа поперечного перерізу пробірки *S* стала, то  - графіком є гіпербола) та тиску всередині рідини від *х* ( тиск всередині рідини - це сума атмосферного та гідростатичного тиску: - спадна пряма) (*рис. 2*).

Умові рівноваги поршня відповідають точки перетину графіків *а* та *b* (*рис. 2*). Положення поршня, якій відповідає точка *b* є нестійким: при незначному збільшенні об’єму газу тиск у рідині зменшується більше ніж тиск газу тому газ виштовхне поршень з пробірки; при незначному зменшенні об’єму газу сильніше збільшується тиск всередині рідини, над тиск газу, тому тиск рідини заштовхне поршень глибше у пробірку, доки поршень не займе положення, яке відповідає точці *а*.

|  |  |
| --- | --- |
| ***рис. 1*** | ***рис. 2*** |

Точка *а* відповідає стійкій рівновазі поршня: при незначному збільшенні об’єму газу тиск всередині рідини зменшується менше ніж тиск газу, тому тиск рідини повертає поршень у положення рівноваги; при незначному зменшенні об’єму газу тиск газу зростає сильніше ніж тиск рідини, тому тиск газу повертатиме поршень у положення рівноваги. Отже, умові задачі задовольняє менший корінь



Визначимо, за якої умови ця задача взагалі має розв’язки:



Умова  відповідає випадку, коли графіки мають одну точку дотику (пряма 3 на рисунку), в цьому випадку корінь не задовольнятиме умові задачі, оскільки рівновага поршня буде нестійкою. При  задача розв’язків не матиме. Також задача не матиме розв’язків, якщо не буде виконуватись умова



Опишемо процес занурення пробірки у ртуть для того випадку, коли обидва корені задовольняють умові:



Перед зануренням пробірки водень у ній необхідно квазістаціонарно стиснути до значення *х*, який задовольняє умові:



***Відповідь:*** 

**Младшая лига (решения)**

**1.** Розгляньмо посудину, яка знаходиться у нижньому положенні:

α

F2

F1

F

Рівень рідини в посудині залишиться горизонтальним, тому рідина у вигляді збоку матиме вигляд прямокутної трапеції. У порівнянні з попереднім положенням частина води, переріз якої має вигляд трикутника переміститься у такий самий трикутник, симетрично відносно точки перетину нового та старого рівнів. В результаті утворюється момент пари сил F1 та F2, сумарний момент яких не залежить від осі обертання. Обчислимо цей момент відносно точки перетину старого та нового рівнів рідини. Сили F1 та F2 прикладені до точок перетину медіан трикутників. Плечі цих сил можемо знайти з відповідних геометричних міркувань:

Якщо позначити масу рідини в кожній посудині m, то в об’ємі води, якому відповідає кожний трикутний переріз знаходиться маса води:

Момент пари цих сил дорівнюватиме:

Момент сили F для цієї посудини дорівнюватиме:

Аналогічні вирази для моментів сил для верхньої посудини матимуть вигляд:

Тоді сумарний момент сили тяжіння, що діє на важіль:

Для виведення важеля з цього положення в верхню посудину необхідно опустити вантаж, який при зануренні змінює рівень води в посудині. З боку води на вантаж діє сила Архімеда, тому і на рідину буде діяти така ж за модулем сила прикладена у точці, що є центром мас витісненої тілом води. Тому занурене тіло можна замінити водою такого ж об’єму. Маса цього об’єму води має створювати момент сили тяжіння , який має бути більшим або рівним величині . Далі розглядатимемо крайній випадок:

Момент розраховується аналогічно до моменту . Позначимо об’єм води, що доливають . Тоді:

Остаточно маємо квадратне рівняння відносно х:

Розв’язок цього рівняння в загальному вигляді є громіздким, тому підставляючи чисельні значення та враховуючи що:

Отримаємо числову відповідь:

Тоді шуканий об’єм дорівнює 8 см3.

**2.** Якщо б світло не розсіювалося та не поглиналося, то після збільшення відстані до джерела вдвічі освітленість зменшилася б до 25 лк. Отже, шар туману завтовшки 2 м спричиняє зменшення освітленості: , де . На великій відстані зі збільшенням відстані на 2 м зменшенням освітленості за рахунок розширення хвильового фронту (обернено пропорційним квадрату відстані) можна знехтувати. Отже, 12 млк.

**Задача 3 (8 клас)**

***1) Знайдемо час зустрічі хлопчиків.***

Графік швидкості, зображений ліворуч відповідає руху першого хлопчика, а графік, зображений праворуч - руху другого хлопчика. Оскільки перші *2 хв* після старту швидкість першого хлопчика більша ніж другого, то протягом перших двох хвилин руху другий хлопчик не наздожене першого. Вважаючи, що координата старту відповідає *0*, знайдемо координати хлопчиків *х1* та *х2* через перші *2 хв* руху (*t1=2 хв=120 с*). З графіків слідує, що швидкості хлопчиків протягом цього часу *υ1=5 м/с* та *υ2=3 м/с*.



Отже, через перші *2 хв* руху перший хлопчик буде попереду другого.

Через дві хвилини швидкості бігунів зміняться. Запишемо рівняння рухута  для наступних *t2=3 хв=180 с* руху та знайдемо координати хлопчиків через цей час - та . З графіків слідує, що швидкості хлопчиків протягом цього часу *=2 м/с* та *=5 м/с*.



Отже, через наступні *3 хв* руху другий хлопчик пережене першого, тому зустріч відбудеться саме в цей проміжок часу. У момент, коли другий хлопчик наздожене першого, їх координати будуть однакові. Щоб знайти час зустрічі *tЗ* прирівняємо рівняння руху бігунів для цієї ділянки та , підставивши замість часу *tЗ*:

 звідки ; *tЗ* = *80 с*

Отже, хлопчики зустрінуться через *80 с* після першого свистка тренера (через *200 с* після старту).

***2) Знайдемо середні швидкості хлопчиків за перші сім хвилин руху.***

Щоб знайти середню швидкість кожного хлопчика необхідно увесь шлях, який подолав кожен з них за *7 хв* поділити на цей час. Шлях простіше всього знайти, скориставшись властивістю графіка швидкості: шлях чисельно рівний площі фігури, яка обмежена графіком, віссю *Оt* та перпендикулярами опущеними на цю вісь. Звідки шлях, який здолає перший хлопчик , а другий: . Середні швидкості хлопчиків за *t=7 хв=420 с*:



***3) Визначимо переможця у змаганні з бігу***

Визначити переможця однозначно неможливо, оскільки невідомо на якій відстані від старту знаходиться фініш. З попередніх розрахунків слідує, що через *5 хв* від старту попереду буде другий хлопчик, але його швидкість *=2 м/с* менша ніж у першого *=3 м/с*, тому якщо фініш буде достатньо далеко, перший хлопчик пережне другого. Знайдемо час *Т* і координату *Х* другої зустрічі. Для цього запишемо рівняння руху хлопчиків та  через *5 хв* після старту:



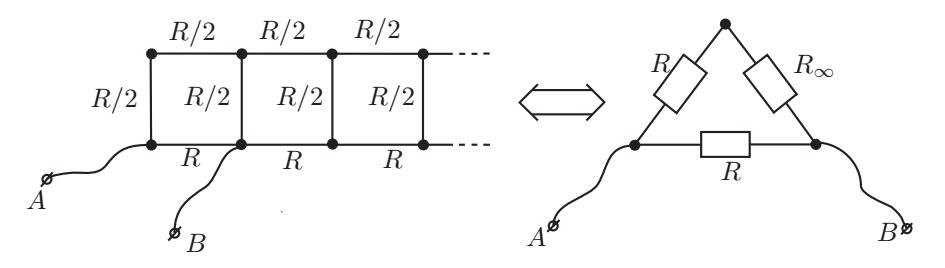
Щоб знайти час зустрічі *ТЗ* прирівняємо рівняння руху бігунів для цієї ділянки та , підставивши замість часу *ТЗ*:

 звідки ; *ТЗ = 300 с* після другого свистка тренера.

Тоді координата другої зустрічі ; *Х= 1860 м*. Отже, відповідь на запитання «хто з хлопчиків переможе?» слід дати так:

* Якщо фініш знаходиться на відстані меншій ніж *1860 м* від старту, то у змаганні переможе другий хлопчик, який пережене першого на двохсотій секунді руху, від моменту старту;
* Якщо фініш знаходиться на відстані рівній *1860 м* від старту, то хлопчики фінішують одночасно;
* Якщо фініш знаходиться на відстані більшій за *1860 м* від старту, то у змаганні переможе перший хлопчик, який пережене другого у момент часу *300 с* після другого свистка тренера (*600 с* від моменту старту);

**3. (9 клас)** Из симметрии схемы, изображённой на рисунке 1, относительно линии, соединяющей точки A и B, следует, что потенциалы всех точек симметричных относительно этой линии равны, то есть схемы на рисунках 1 и 2 эквивалентны. Рассчитать сопротивление схемы на рисунке уже легко:



откуда . Таким образом,

**4.**Если бы вместо конуса в объёме, который он занимает, находилась та же самая жидкость, то она была бы в положении равновесия. Это означает, что на конус действует сила Архимеда, направленная вверх и равная по величине силе тяжести, которая действует на жидкость равного с конусом объёма:

Эта сила складывается из двух сил: силы , с которой жидкость действует на основание конуса, и той силы , которую нужно по условию задачи найти. Сила, действующая на основание конуса, направлена вдоль его оси и равна по величине произведению площади основания на среднее давление.

В силу симметрии формы основания конуса и однородности поля тяжести это среднее давление равно *gH*. Отсюда *f*= *gH**D*2/4*.*

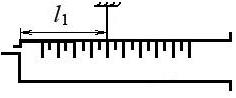
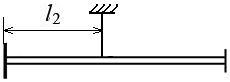
Согласно рисунку, горизонтальная составляющая силы равна силе *f*, а вертикальная составляющая – силе Архимеда, следовательно, искомая сила

.

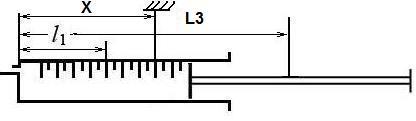
**Эксперимент (решения)**

**Задача 1**

Застосуємо нитку для створення підвісу. Зрівноваживши на ній шприц або його частини, можна знаходити положення їх центру мас. Для вимірювання довжин використовується шкала на шприці.

1. Розберемо шприц і зрівноважуванням знайдемо положення l1 і l2 центрів мас корпусу і поршня шприца.

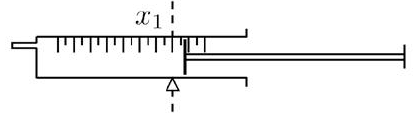
Визначимо центр мас системи корпус-поршень,вставивши поршень у шприц.



За рівнянням

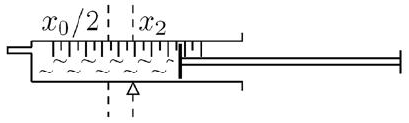
визначимо співвідношення мас складових системи. (наприклад,при такому висунутому поршні, що центр мас системи попадає на максимальну поділку шкали).

2. Висунемо поршень шприца на деяку відстань x0 (в поділках шкали). Зрівноваживши шприц на нитці, знайдемо положення його центру мас x1 (мал 4)



( мал 4)

при такому висуванні поршня. Потім наберемо в шприц об'єм води x0  (за шкалою) і знайдемо нове положення центру мас системи x2 (при тому ж висуванні) (мал. 5).



( мал 5)

В данному випадку центр мас шприца (пустого) не змінився. Центр мас води знаходиться на від початку відліку. Масу води можемо визначити за густиною та об’ємом . Тоді вираз для центру мас системи:

Звідки знайдемо суму мас корпусу і поршня шприца:

3.Користуючись результатами,здобутими в пунктах 1 та 2, визначимо маси поршня та корпуса шприца.

В нашому випадку вони становлять 1,3 та 1,9 г відповідно.

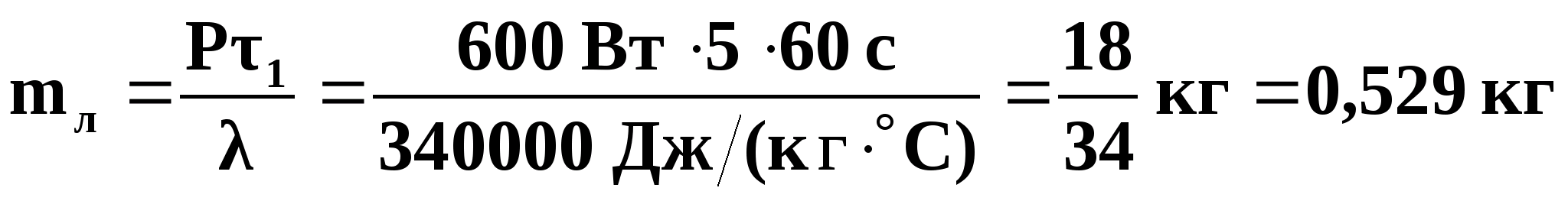
4.Проводячи вимірювання ,як в пункті 2,але з невідомою рідиною, визначимо її масу,а далі і густину. Вона виявилась рівною 1,4 г/см3 .

**Задача 2**

При плавлении кристаллических тел их температура не меняется. По графику видим, что плавление льда происходило в течение 5 минут. Отверстие в дне, а лед в воде плавает – он наверху, поэтому лед в отверстие не уходит. Все подведенное тепло идет на плавление льда, поэтому

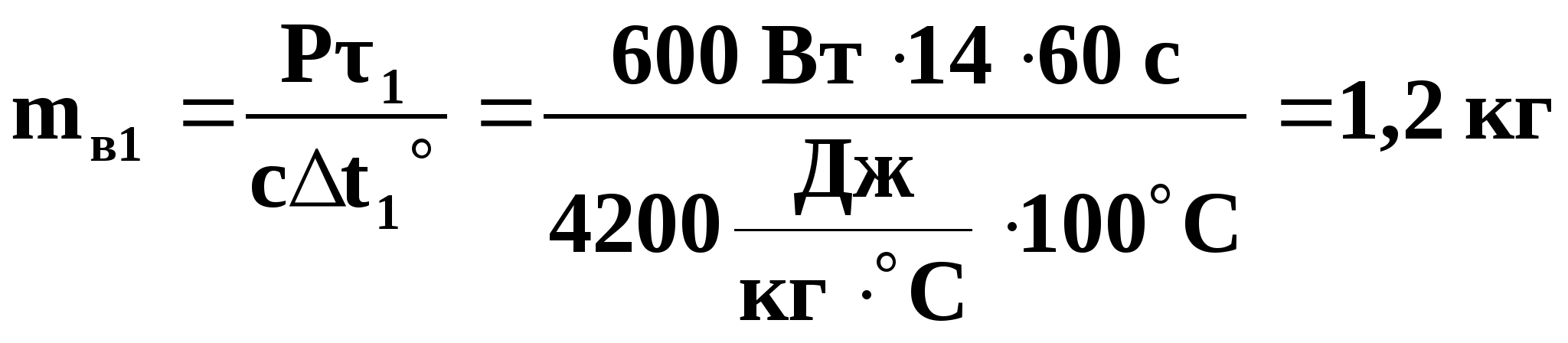
**Pτ1=λmл**

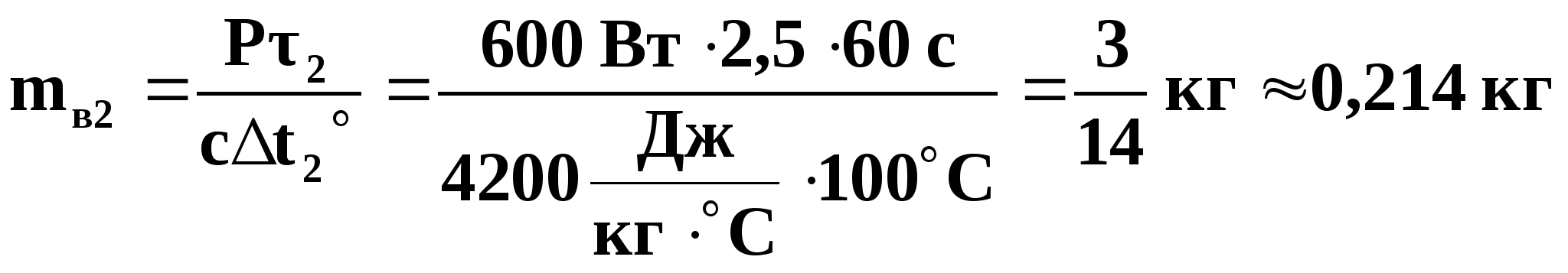
Отсюда получим массу льда:

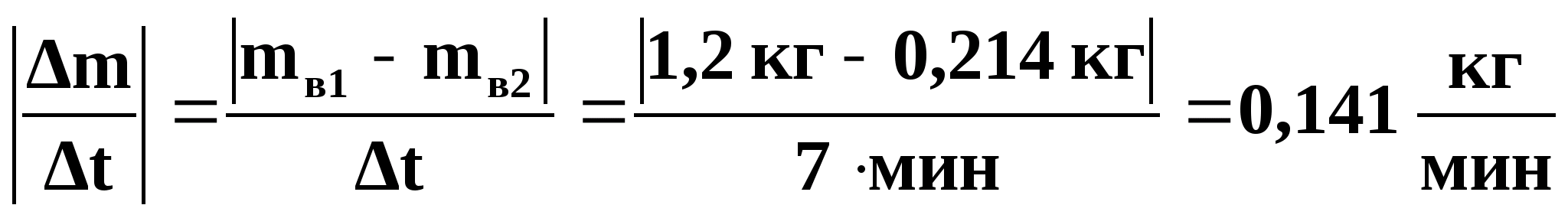


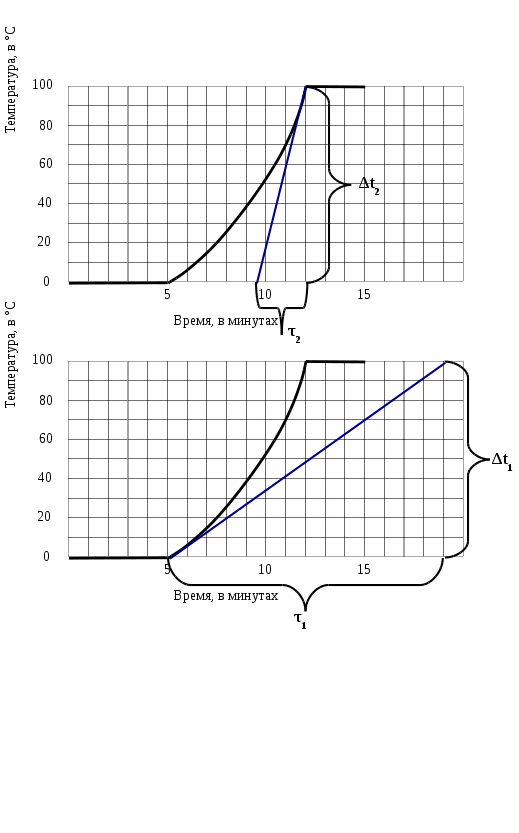
Теплообмена с окружающей средой нет, но вода в сосуде с 5-ой по 12-ю минуту нагревается все быстрее и быстрее. Как это мож­но объяснить? Тем, что вода вытекает, масса воды в сосуде умень­шается, а мощность нагревателя остается прежней! Если бы вода не вытекала, этот участок графика был бы прямолинейным. Про­ведем касательные к этому участку графика в начале и в конце.

По ним мы сможем рассчитать массу воды в сосуде в эти момен­ты времени. Поделив разницу найденных масс на время, в течение которого температура воды в калориметре изменялась, найдем расход жидкости.

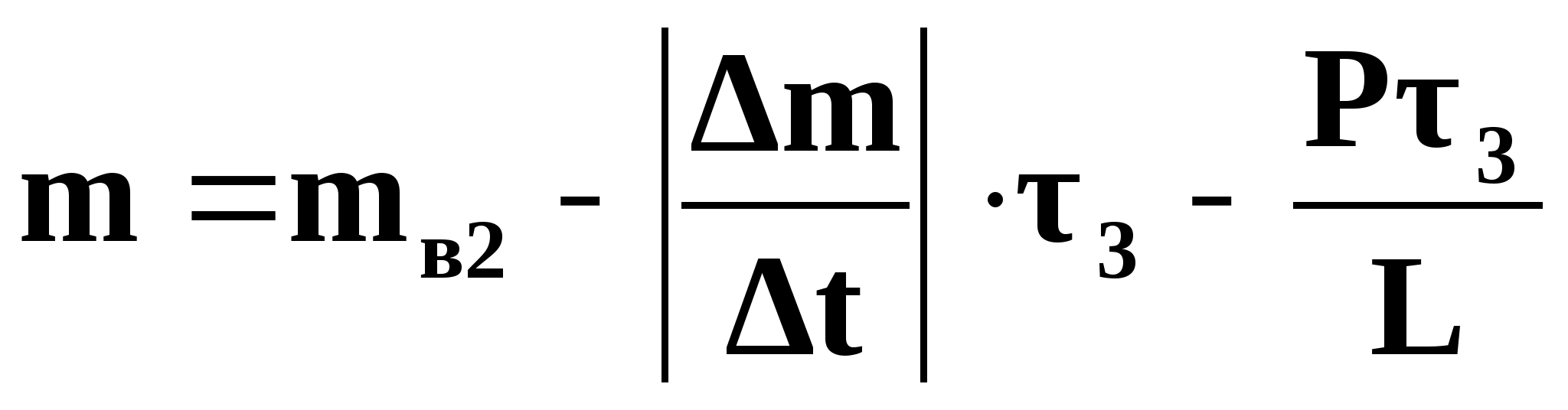




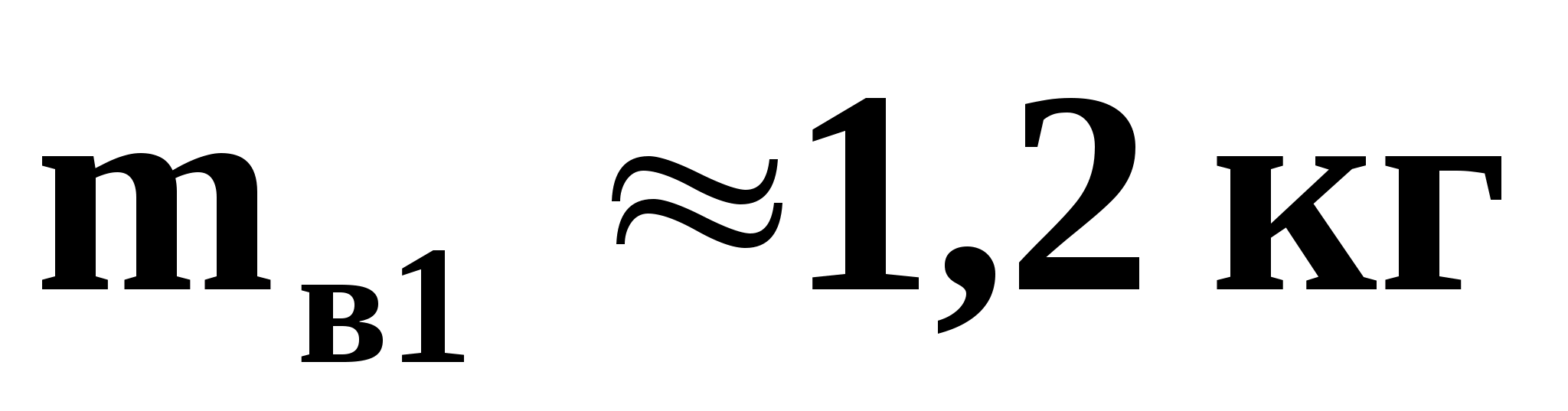
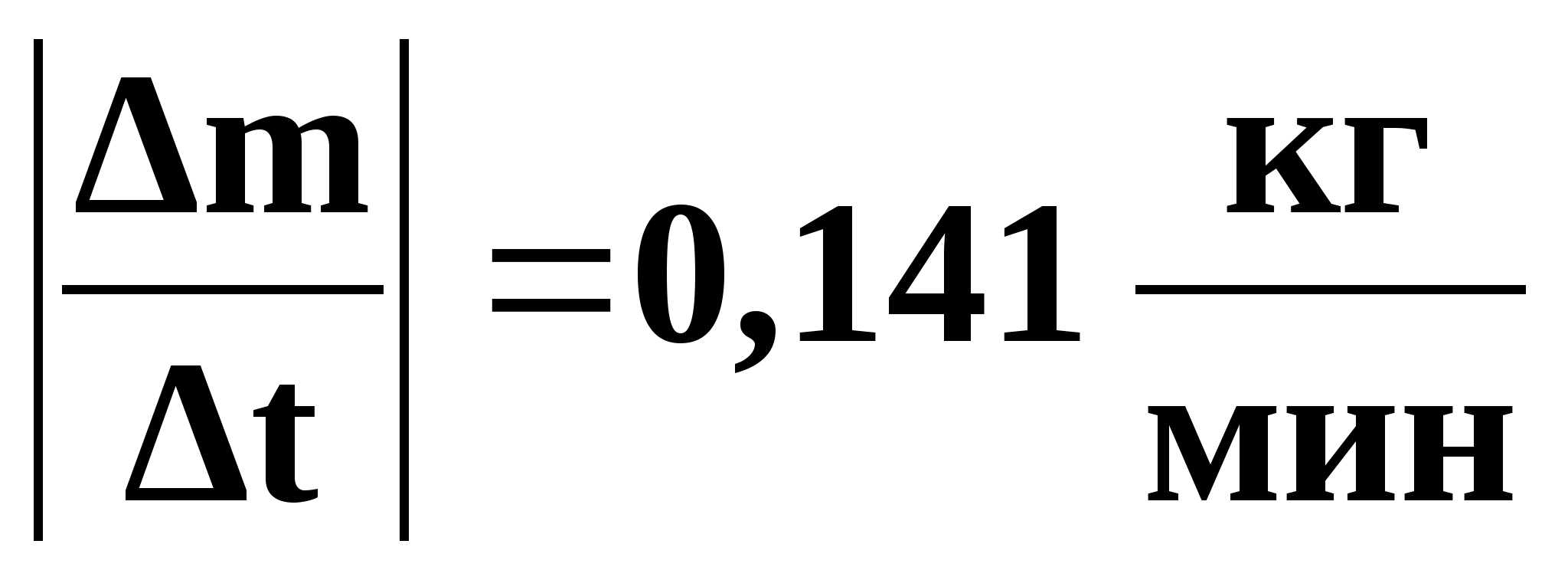




При кипении идет интенсивный процесс парообразования, а значит, масса воды в калориметре уменьшается двумя путями – вытекая через отверстие и превращаясь в пар.



Вода в калориметре закончится еще до окончания эксперимента!

**Ответ:**a); b) ; c) **mл=0,529 кг**; d) **m=0**